

Analyse des incertitudes dans le contrôle prédictif appliqué aux stations d'épuration

Victor Bertret ^{1, 2, 3}, Roman Le Goff Latimier ², Valérie Monbet ³

¹Purecontrol, 68 Av. Sergent Maginot, Rennes, FRANCE victor.bertret@purecontrol.com

²Univ Rennes, ENS Rennes, IETR CNRS UMR 6164, FRANCE roman.legoff-latimier@ens-rennes.fr

³IRMAR, Université Rennes 1, CNRS, Rennes, FRANCE valerie.monbet@univ-rennes1.fr



- 1 Traitement des eaux usées
- 2 Contrôle prédictif de l'aération
 - Modélisation du problème de contrôle optimal déterministe
 - Contrôle optimal stochastique
- 3 Analyse des sources d'incertitudes
- 4 Résultats
- 5 Conclusion

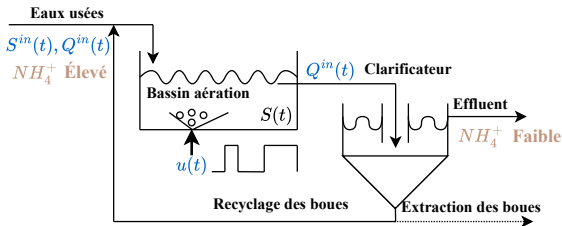


- 1 Traitement des eaux usées
- 2 Contrôle prédictif de l'aération
- 3 Analyse des sources d'incertitudes
- 4 Résultats
- 5 Conclusion



Station d'épuration à boues activées alternées

Focus sur le traitement secondaire d'une **Station d'épuration à boues activées alternées** :



- Installation municipale.
- **Entrée** : NH_4^+ (ammonium) Élevé.
 - $Q^{in}(t)$, débit entrant.
 - $S^{in}(t)$, concentration entrante.
- **Sortie** : NH_4^+ Faible.

Objective : Réduire la concentration en NH_4^+ de l'eau entrante (élimination de l'azote).

Comment ? : En **contrôlant** l'ajout d'oxygène dans le bassin d'aération avec $u(t)$.



Contrôle de l'aération

L'élimination de l'azote se fait par alternance entre :

- Phases d'**aération** (énergétiquement couteux) : ajout d'oxygène grâce à un surpresseur.
- Phases de **non-aération** : absence totale d'oxygène.

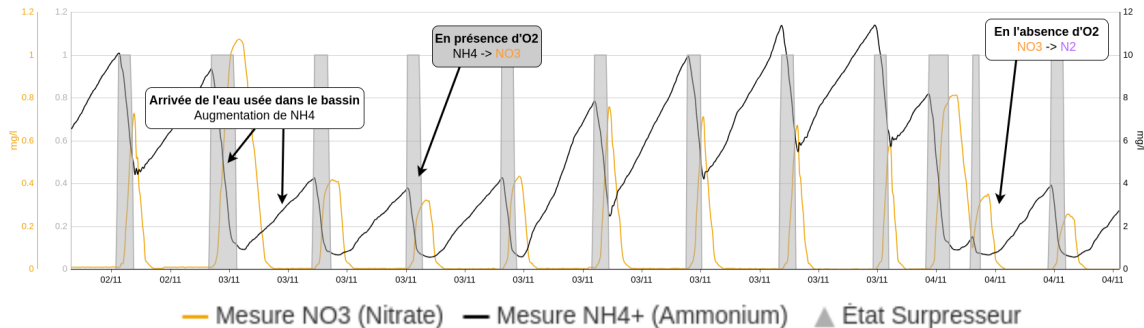


Figure – Élimination de l'azote dans le bassin d'aération.



Énergie

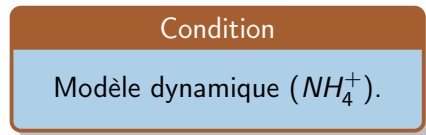
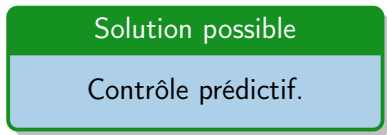
- **Augmentation** de l'utilisation.
- Ressources plus **rares**.
- Énergie renouvelable **non pilotable**.

Conséquence : Augmentation prix et variabilité.

Systèmes industriels

- Nécessite un **pilotage**.
- Algorithmes **peu efficaces**.
- Solutions expertes **coûteuses**.

Conséquence : Trouver de nouveaux algorithmes de pilotage.



- 1 Traitement des eaux usées
- 2 Contrôle prédictif de l'aération
 - Modélisation du problème de contrôle optimal déterministe
 - Contrôle optimal stochastique
- 3 Analyse des sources d'incertitudes
- 4 Résultats
- 5 Conclusion



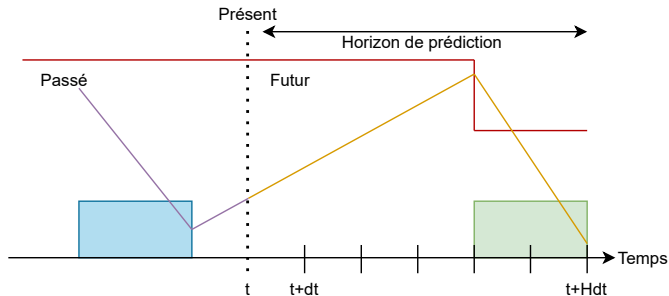
- 1 Traitement des eaux usées
- 2 Contrôle prédictif de l'aération
 - Modélisation du problème de contrôle optimal déterministe
 - Contrôle optimal stochastique
- 3 Analyse des sources d'incertitudes
- 4 Résultats
- 5 Conclusion



Model Predictive Control (MPC) : Contrôle déterministe de l'aération

Qu'est-ce que le MPC ?

Le Model Predictive Control (MPC) prédit le comportement futur du système en utilisant un modèle dynamique, permettant ainsi la génération de commandes optimales.



Recalcul à chaque pas de temps $dt \Rightarrow$ adaptation dynamique variations système.

Données :

- H , horizon de résolution du problème.
- $\{t_1, \dots, t_H\}$, pas de temps de prédiction du MPC espacés de manière uniforme de dt .
- $\{Q^{in}(t_1), \dots, Q^{in}(t_H)\}$, le vecteur de débit entrant.
- Le modèle estimé $\hat{M} : (x_t, u_t, q_{in}) \rightarrow x_{t+1}$ donnant la dynamique de NH_4^+ .

Variables :

- $\forall i \in \{1, \dots, H\}$, $u_{surpresseur}[i] \in \{0, 1\} = 1$ si le surpresseur est allumée au temps t_i .
- $\forall i \in \{1, \dots, H\}$, $x_{nh4}[i] \in \mathbb{R}^+$, la concentration en NH_4^+ au temps t_i .



Contraintes liées au système étudié

Dynamique du NH_4

$$\forall i \in \{1, \dots, H-1\}, x_{nh4}[i+1] = \hat{M}(x_{nh4}[i], u_{surpresseur}[i], Q^{in}[i])$$

Niveau min/max en NH_4 ($NH4_{min}$ et $NH4_{max}$)

$$\forall i \in \{1, \dots, H\}, NH4_{min} \leq x_{nh4}[i] \leq NH4_{max}$$

Niveau max moyenne glissante NH_4 pondérée par le débit ($NH4_{max}^{average}$)

$$\forall i \in \{1, \dots, H\}, \frac{\sum_{j=i-24}^i Q^{in}[j] \cdot x_{NH4}[j]}{\sum_{j=i-24}^i Q^{in}[j]} \leq NH4_{max}^{average}$$

Condition initiale : Fixage de $x_{nh4}[1]$



Contraintes opérationnelles sur le surpresseur (conditions réelles)

Temps min d'activation H_a^{min} et désactivation H_d^{min}

- $\forall i \in \{1, \dots, H\}, \forall l \in \{1, \dots, H_a^{min}\}, u_{surpresseur}[i] \geq u_{surpresseur}[i-1] - u_{surpresseur}[i-1-l]$
- $\forall i \in \{1, \dots, H\}, \forall l \in \{1, \dots, H_d^{min}\}, u_{surpresseur}[i] \geq 1 - (u_{surpresseur}[i-1-l] - u_{surpresseur}[i-1])$

Temps max d'activation H_a^{max} et désactivation H_d^{max}

- $\forall i \in \{1, \dots, H - H_a^{max}\}, \forall p \in \{1, \dots, |P|\}, \sum_{j=i}^{H_a^{max}+i} u_{surpresseur}[j] \leq H_a^{max} - 1$
- $\forall i \in \{1, \dots, H - H_d^{max}\}, \forall p \in \{1, \dots, |P|\}, \sum_{j=i}^{H_d^{max}+i} u_{surpresseur}[j] \geq 1$



Coût électrique : Tarif électrique Heure Pleine entre 6h et 22h et Heure Creuse.

$$\min \sum_{i=1}^H \text{Tarif}[i] u_{\text{surpresseur}}[i]$$

Paramètres utilisées :

- Horizon de prédiction : 1 jours.
- Pas de temps (dt) : 10 minutes.
- Réévaluation (dt) : Toutes les 10 minutes.
- Temps d'exécution maximum : 2 minutes.
- Solveurs utilisés : Gurobi.



GUROBI
OPTIMIZATION



Problème formulation déterministe

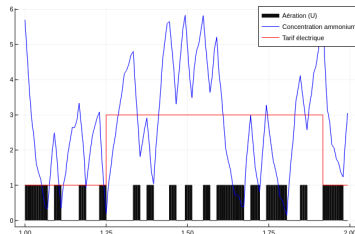


Figure – Formulation déterministe

Observation : Bonne optimisation énergétique.

- Concentration faible (HC => HP)
- Concentration élevée (HP => HC)



Problème formulation déterministe

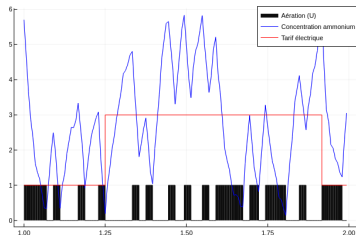


Figure – Formulation déterministe

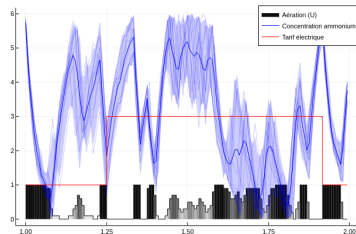


Figure – Formulation stochastique

Observation : Bonne optimisation énergétique.

- Concentration faible (HC => HP)
- Concentration élevée (HP => HC)

Problème : La dynamique en NH_4^+ n'est pas connue parfaitement (1 seul scénario).

Conséquences : Non respect des contraintes, mauvaise anticipation des démarrages.



- 1 Traitement des eaux usées
- 2 **Contrôle prédictif de l'aération**
 - Modélisation du problème de contrôle optimal déterministe
 - **Contrôle optimal stochastique**
- 3 Analyse des sources d'incertitudes
- 4 Résultats
- 5 Conclusion



Présentation modèle stochastique : modèle à espace d'état

La dynamique en NH_4^+ n'est pas connue parfaitement à cause de 3 sources d'incertitudes :

- Bruit de **modélisation** des dynamiques (η).
- Bruit de **mesure** (ϵ) provenant du capteur.
- Erreur sur l'estimation de la **concentration entrante** (S^{in}).

Équation de transition :

$$S_{NH}[i+1] = S_{NH}[i] + h \left[\frac{Q^{in}[i]}{V} [S^{in}[i] - S_{NH}[i]] - \beta u_{surpresseur}[i] \right] + \eta[i], \begin{cases} \eta[i] \sim \mathcal{N}(0, \sigma_m^2) \\ S_{in}[i] \sim \mathcal{N}(\mu_{NH4_{in}}, \sigma_{NH4_{in}}^2) \end{cases}$$

Équation d'observation :

$$Y_{NH}[i] = S_{NH}[i] + \epsilon[i], \quad \epsilon[i] \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\epsilon^2)$$

Paramètres : $V, \beta, \sigma_\eta, \sigma_\epsilon, \sigma_{NH4_{in}}, \mu_{NH4_{in}}$ estimés par MCEM.



Formulation du Problème de Contrôle Optimal Stochastique

Objectif : Trouver une séquence de contrôle qui minimise un coût tout en respectant les contraintes dans **tous les futurs possibles** ($\xi[i] = (\eta[i], \epsilon[i], S^{in}[i])$).

Formulation Générale :

$$\min_{\{u_{surpresseur}[i]\}_{i=0}^H} \text{Tarif}[0]u_{surpresseur}[0] + \mathbb{E} \left[\sum_{i=1}^H \text{Tarif}[i]u_{surpresseur}[i](\xi[i]) \right] \quad (1)$$

en respectant les contraintes $\forall \xi[i], \forall i \in [1, \dots, H]$.

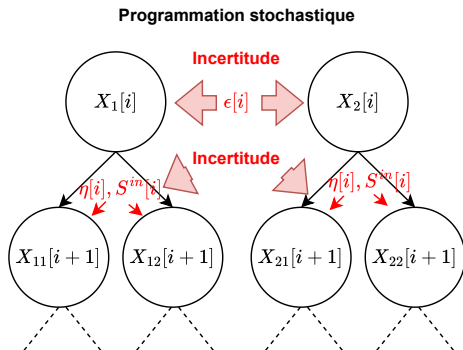
decision ($U[1]$) $\rightsquigarrow$ observation ($\xi[1]$) $\rightsquigarrow$ decision ($U[2]$) $\rightsquigarrow$ observation ($\xi[2]$) $\rightsquigarrow \dots$

Notations :

- $\eta[i] \sim \mathcal{N}(0, \hat{\sigma}_\eta)$: erreur du modèle au temps i
- $\epsilon[i] \sim \mathcal{N}(0, \hat{\sigma}_\epsilon)$: erreur de mesure au temps i
- $S_{in}[i] \sim \mathcal{N}(\hat{\mu}_{NH4_{in}}, \hat{\sigma}_{NH4_{in}})$: concentration d'ammonium en entrée au temps i

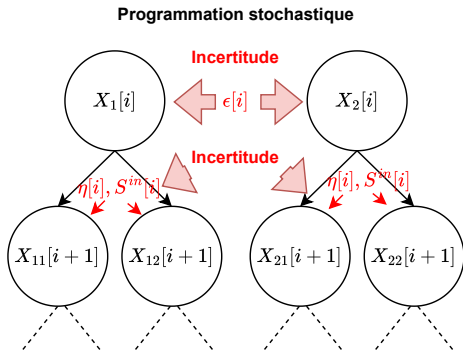


Représentation sous forme d'arbre :



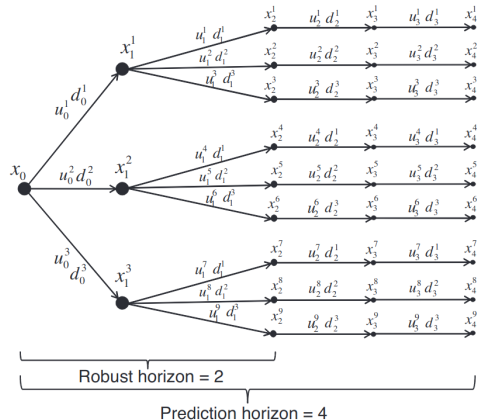
Problème : Arbre de taille infini.

Représentation sous forme d'arbre :



Problème : Arbre de taille infini.

Solution : Two-Stage Stochastic Programming (Multi-Stage MPC)



Solution avec $N=10$ scénarios :

Comment faire si l'on veut diminuer le coût ?



Outline

- 1 Traitement des eaux usées
- 2 Contrôle prédictif de l'aération
- 3 Analyse des sources d'incertitudes**
- 4 Résultats
- 5 Conclusion



Analyse des sources d'incertitudes du modèle en boucle fermée

Objectif : Identifier les principales sources d'amélioration dans le modèle, en fonction des impacts des incertitudes.

Analyse des incertitudes :

- Si $\hat{\sigma}_{\eta}$ est significatif : améliorer la structure du modèle.
- Si $\hat{\sigma}_{NH4_{in}}$ est significatif : affiner l'estimation de la concentration entrante.
- Si $\hat{\sigma}_{\epsilon}$ est significatif : investir dans un meilleur capteur.

Méthodologie employée

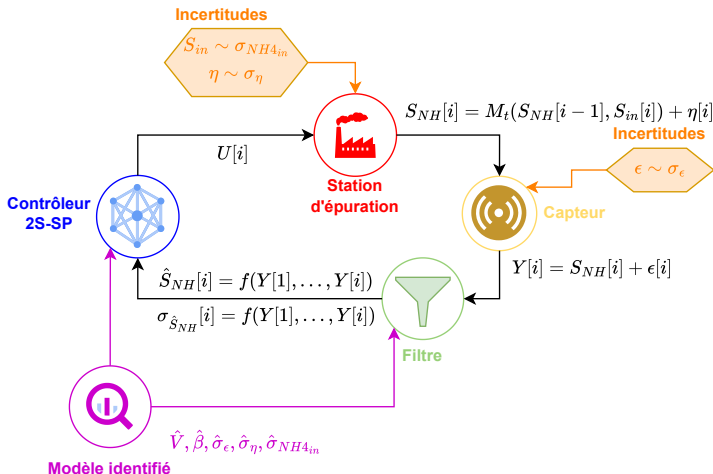
Évaluation des impacts en boucle fermée en variant la valeur des incertitudes du modèle identifié : $\hat{\sigma}_{\eta}$, $\hat{\sigma}_{NH4_{in}}$, $\hat{\sigma}_{\epsilon}$.



Illustration de l'expérience en boucle fermée

Exploration de scénarios :

1. Variation des incertitudes du modèle identifié.
2. Expériences en boucle fermée pour évaluer les performances.
3. Calcul des coûts et autres statistiques pertinentes.



Hypothèses :

- Simulateur déterministe : ($\sigma_{\eta} = 0$, $\sigma_{NH4_{in}} = 0$).
- Structure du modèle identique dans le MPC, le filtre et le simulateur.

Métriques et objectifs :

Métriques	Objectifs	Tendance souhaitée
Coût électrique réel	Évaluer l' impact économique sur le système en boucle fermée.	Faible
Temps total d'aération	Évaluer l' impact énergétique sur le système en boucle fermée.	Faible
Ratio HP/HC	Analyser l' utilisation des périodes tarifaires avantageuses .	Faible
Proportion de problèmes relâchés	Identifier les situations d'infaisabilité .	Faible

Contexte : 10 jours de simulations avec un pas de temps de 10 minutes.

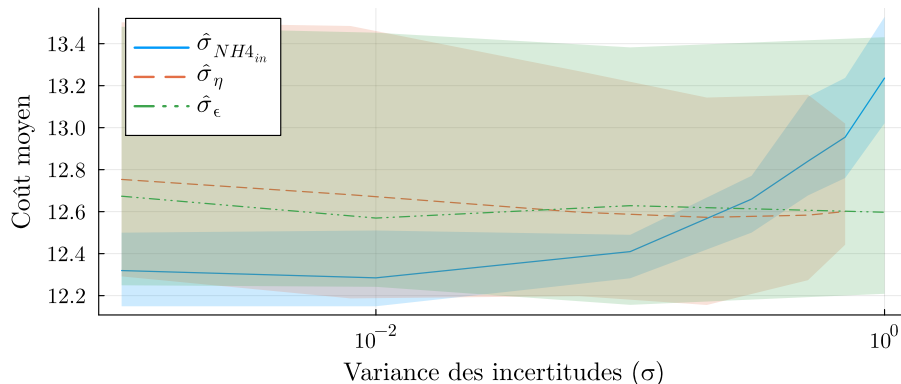


Outline

- 1 Traitement des eaux usées
- 2 Contrôle prédictif de l'aération
- 3 Analyse des sources d'incertitudes
- 4 Résultats**
- 5 Conclusion



Variation du coût moyen en fonction de la variation des différentes sources d'incertitudes

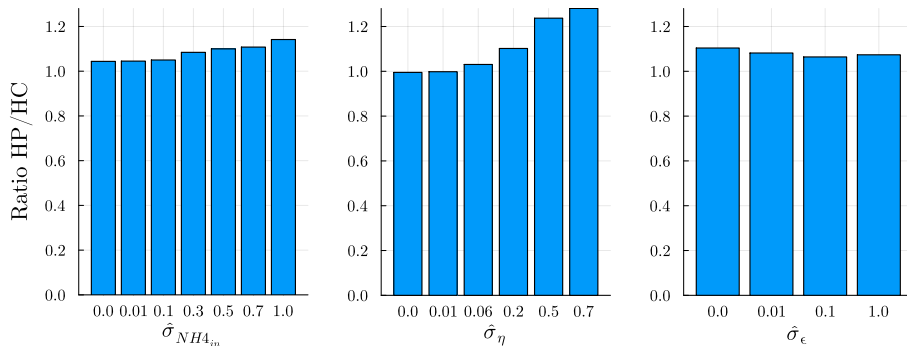


Remarques : Impact important de $\hat{\sigma}_{NH4_{in}}$ et négligeable pour les autres.



Ratio Heures Pleines/ Heures Creuses

Ratio Heure Pleine / Heure Creuse en fonction de la variation des différentes sources d'incertitudes

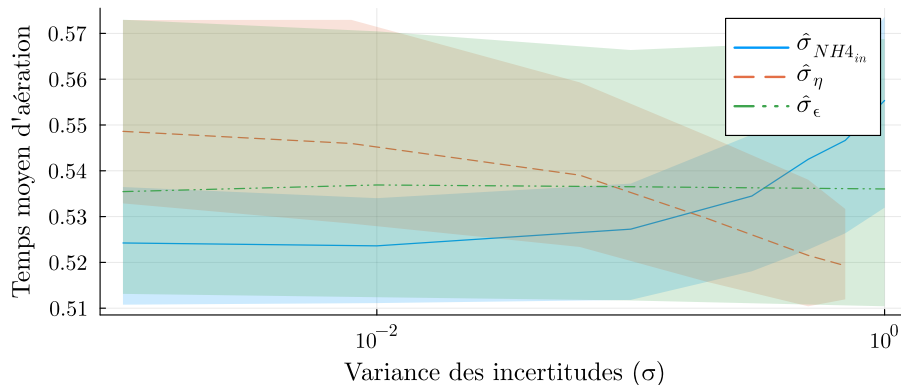


Remarques : Impact important de $\hat{\sigma}_{NH4_{in}}$ et $\hat{\sigma}_{\eta}$ mais négligeable pour les observations.



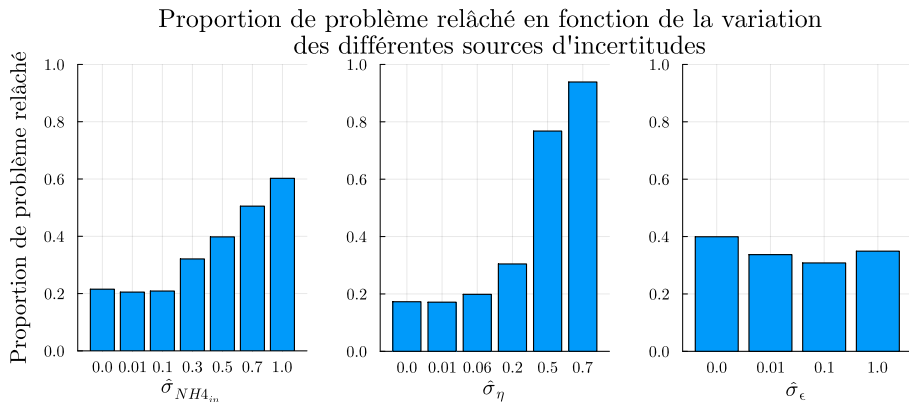
Temps moyen d'aération

Variation du temps moyen d'aération en fonction de la variation des différentes sources d'incertitudes



Remarques : Diminution avec $\hat{\sigma}_{\eta}$ et augmente avec $\hat{\sigma}_{NH4_{in}}$ mais négligeable $\hat{\sigma}_{\epsilon}$.





Remarques : Impact très important de $\hat{\sigma}_{\eta}$, important pour $\hat{\sigma}_{NH4_{in}}$ mais négligeable pour les observations. Ceci explique la diminution du temps d'aération en fonction de $\hat{\sigma}_{\eta}$.





Impact majeur de $\hat{\sigma}_{NH4_{in}}$

Observé dans plusieurs métriques, en particulier dans le *coût moyen électrique*, le *temps d'aération*, ainsi que dans la faisabilité des problèmes.



Impact mixte de $\hat{\sigma}_{\eta}$

Impact important sur la faisabilité du problème, mais peu d'impact sur le coût, excepté pour le *ratio HP/HC*. À creuser avec une analyse plus fine.



Impact négligeable de $\hat{\sigma}_{\epsilon}$

Sur la majorité des indicateurs, suggérant que l'amélioration des capteurs n'a pas d'impact significatif dans cette étude.



Outline

- 1 Traitement des eaux usées
- 2 Contrôle prédictif de l'aération
- 3 Analyse des sources d'incertitudes
- 4 Résultats
- 5 Conclusion



- **Contributions actuelles :**

- Développement d'un contrôleur optimal stochastique.
- Analyse des **variations des différentes sources d'incertitude** du modèle.
- Mise en évidence de l'impact majeur de $\hat{\sigma}_\eta$ et $\hat{\sigma}_{NH4_{in}}$.

- **Perspectives de recherche :**

- Explorer l'utilisation d'un **simulateur stochastique différent** du modèle estimé, et tester **diverses structures de modèle** pour étudier l'impact de $\hat{\sigma}_\eta$.
- **Intégrer l'apprentissage du modèle** pour évaluer l'impact de $\hat{\sigma}_\epsilon$.
- Affiner l'estimation de la **concentration entrante** afin de réduire $\hat{\sigma}_{NH4_{in}}$ et diminuer le coût électrique.



References



Bertret, V., Latimier, R. L. G., and Monbet, V. (2024).

A stochastic expectation maximization algorithm for the estimation of wastewater treatment plant ammonium concentration.
In *2024 European Control Conference (ECC)*, page 3527–3532. IEEE.



Heirung, T. A. N., Paulson, J. A., O’Leary, J., and Mesbah, A. (2018).

Stochastic model predictive control — how does it work ?
Computers & Chemical Engineering, 114 :158–170.
FOCAPO/CPC 2017.



Henze, M., Gujer, W., Mino, T., and van Loosdrecht, M. (2000).

Activated sludge models ASM1, ASM2, ASM2d and ASM3.
IWA Publishing.



Hou, Z.-S. and Wang, Z. (2013).

From model-based control to data-driven control : Survey, classification and perspective.
Information Sciences, 235 :3–35.
Data-based Control, Decision, Scheduling and Fault Diagnostics.



Mesbah, A. (2016).

Stochastic model predictive control : An overview and perspectives for future research.
IEEE Control Systems Magazine, 36(6) :30–44.

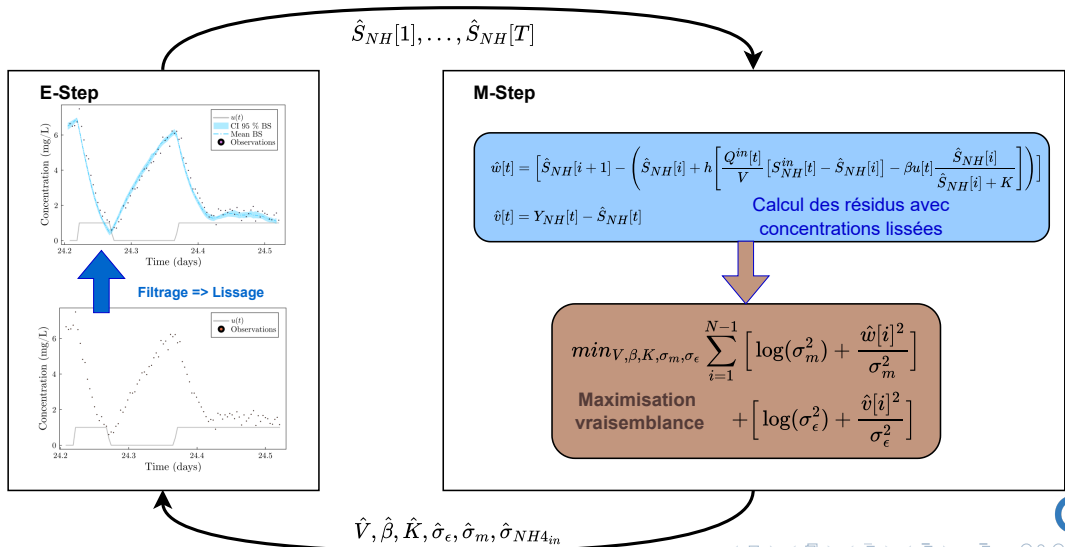


Paul, E., Plisson-Saune, S., Mauret, M., and Cantet, J. (1998).

Process state evaluation of alternating oxic-anoxic activated sludge using orp, ph and do.
Water Science and Technology, 38(3) :299–306.

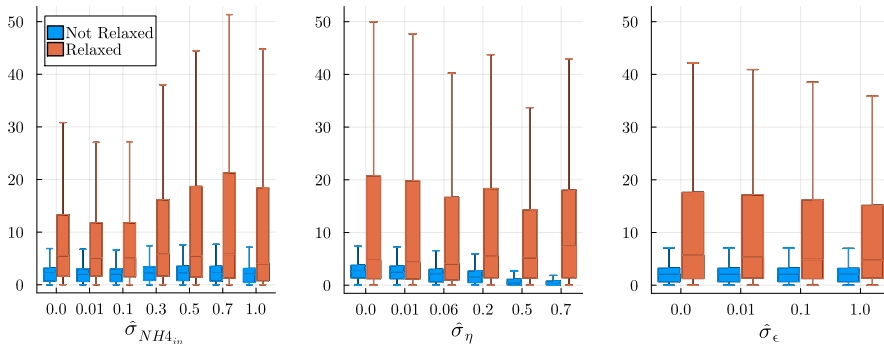


Apprentissage modèle stochastique : Monte-Carlo Expectation Maximization



GAP de résolution du problème

GAP de résolution en fonction de
la variation des différences sources d'incertitudes



Remarques : Résolution souvent optimale lors des problèmes non relâchés mais GAP grand lors des problèmes relâchés.

